

**Многопрофильная олимпиады Курского государственного
университета «Твой выбор» по математике**

Заочный тур

СПО

1. Докажите, что $\sqrt{2010 + 2\sqrt{2009}} - \sqrt{2010 - 2\sqrt{2009}}$ целое число. Найдите его. (10 баллов)
2. Даны две пересекающиеся сферы радиуса R , расстояние между их центрами равно d . Найти радиус полученной в пересечении окружности. (20 баллов)
3. При каких значениях a неравенства $ax^2 - 2(a+3)x + a < 0$ верно при всех x , удовлетворяющих условию $x \in [-2, 1]$? (20 баллов)
4. На координатной плоскости рассматриваются всевозможные параболы $y = x^2 + ax$. Докажите, что вершины этих парабол сами лежат на некоторой параболе. На какой? (15 баллов)
5. Обозначим через $[n]$ наибольшее целое число, не превосходящее n . Существует ли такое натуральное число n , для которого $[n\sqrt{n}]$ равен 100? (20 баллов)
6. Дан прямоугольный треугольник с катетами 1 и 2. Точка P , лежащая на гипотенузе, равноудалена от середин катетов. Найдите расстояние от точки P до вершины прямого угла треугольника. (15 баллов)